

Einfaches Sinusfunktionsnetzwerk

CLAUS KÜHNEL

Sinusförmige Signale werden mit Hilfe rückgekoppelter Oszillatoren oder durch direkte Synthese erzeugt. Bei rückgekoppelten Oszillatoren bestehen Probleme hinsichtlich der Steuerbarkeit der Oszillatorfrequenz über einen weiten Frequenzbereich, da meist mehrere Schaltelemente für die Oszillatorfrequenz bestimmend sind. Die direkte Synthese wird mit den Mitteln der analogen Rechentechnik oder durch Sinusfunktionsgeneratoren auf der Grundlage von Dreieckgeneratoren und Sinusfunktionsnetzwerken vorgenommen. Die Sinusfunktionsgeneratoren besitzen die genannten Nachteile nicht.

Dreieckgeneratoren werden aus als Integrator und als Schmitt-Trigger geschalteten Operationsverstärkern aufgebaut. Bild 1 zeigt das Prinzipschaltbild. Als frequenzbestimmende Schaltelemente wirken

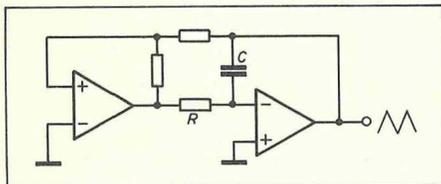


Bild 1: Schaltungsprinzip des Dreieckgenerators

Eine Möglichkeit, sinusförmige Signale zu erzeugen, die über einen weiten Frequenzbereich steuerbar sind, besteht durch Zusammenschalten eines Dreieckgenerators mit einem Sinusfunktionsnetzwerk. Eine dafür erprobte Schaltung stellt nach Erläuterung mathematischer Zusammenhänge der folgende Beitrag vor.

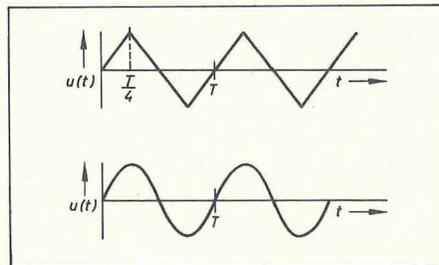


Bild 2: Dreieck- und Sinussignal im Vergleich

bei festen Ein- bzw. Ausschaltsschwellen des Schmitt-Triggers nur Widerstand und Kondensator des Integrators, wodurch sich einfache Steuerungsmöglichkeiten ergeben. Auf konkrete Schaltungsrealisierungen des im Bild 1 angegebenen Schaltungsprinzips wird im folgenden nicht eingegangen. Eine umfassende Beschreibung der prinzipiellen Wirkungsweise und praktisch erprobte Schaltbeispiele sind in [1] enthalten.

Zur Erzeugung eines sinusförmigen Signals wird dem Dreieckgenerator ein Sinusfunktionsnetzwerk (Sinussynthetisator) nachgeschaltet, das das Dreieckssignal im erforderlichen Maße formt. Bild 2 zeigt Dreieck- und Sinussignal im Vergleich.

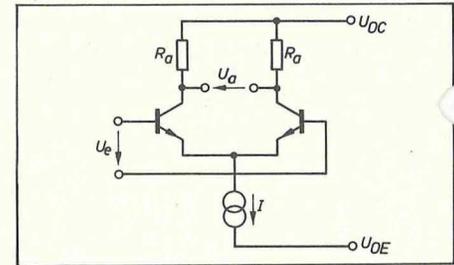


Bild 3: Grundschaltung des Differenzverstärkers

Für die erste Viertelperiode des Dreiecksignals gilt die Beziehung

$$u(t) = \frac{4U}{T} t = \frac{4U}{2\pi} \omega t \quad \left(t \leq \frac{T}{4} \right) \quad (1)$$

sowie deren erste Ableitung

$$\frac{du}{dt} = \frac{4U}{2\pi} \omega \quad \left(t \leq \frac{T}{4} \right) \quad (2)$$

Für die Sinusfunktion erhält man in gleicher Weise

$$u(t) = U \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right) = U \sin \omega t \quad (3)$$

$$\frac{du}{dt} = \omega U \cos \omega t = \omega U |_{t=0} \quad (4)$$

In der Nähe des Nullpunktes zeigen Dreieck- und Sinussignal gleiches Verhalten. Aufgabe des Sinusfunktionsnetzwerkes ist es, das dreieckförmige Signal progressiv zu begrenzen. Für diese Begrenzung sind Verstärker mit nichtlinearen Rückführungen einsetzbar. Schaltungen, die mit entsprechenden Dioden-Widerstandsnetzwerken arbeiten, sind in den verschiedensten Formen weit verbreitet, z. B. [2] [3]. Der nicht-lineare Zusammenhang zwischen Drain-Source-Spannung und Drainstrom eines Feldeffekttransistors läßt sich in gleichem Maße für die Begrenzung nutzen [2]. Neben diesen Maßnahmen bietet sich die Differenzverstärker-Grundschiung für eine progressive Begrenzung des Dreiecksignals an (Bild 3). Das Übertragungsverhalten des Differenzverstärkers beschreibt Gl. (5).

$$U_a = IR_a \tanh \frac{U_e}{2U_T} \quad (5)$$

U_T = Temperaturspannung ($U_T = kT/e$)

Betrachtet man die Reihenentwicklung des Tangens hyperbolicus nach Gl. (6) [4]

$$\tanh x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - + \dots (|x| < \frac{\pi}{2}) \quad (6)$$

im Vergleich zu der der Sinusfunktion nach Gl. (7)

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - + \dots \quad (7)$$

zeigt sich deutlich deren Verwandtschaft. Werden beide Funktionen zueinander ins Verhältnis gesetzt, so ergibt sich der im Bild 4 angegebene Zusammenhang. Wie aus dem Bild ersichtlich ist, wird die Sinusfunktion nur bei Argumentwerten $|x| < 0,5$ hinreichend genau durch den Tangens hyperbolicus beschrieben.

Durch die im Bild 5 angegebene, vom Multiplizierer her bekannte schaltungstechnische Maßnahme wird das Übertragungsverhalten der Differenzverstärker-Grundschiung so verändert, daß sich eine gute Anpassung an die Sinusfunktion ergibt. Wird die im Bild 5 angegebene Schaltung unter der Voraussetzung identischer Transistoren analysiert, dann ergibt sich für das Transfervverhalten dieser Schaltung die Beziehung

$$U_e = 2U_T \operatorname{arctanh} \frac{U_a}{2IR_a} + \frac{R}{2R_a} U_a \quad (8)$$

Bei Reihenentwicklung des ersten Terms von Gl. (8) ergibt sich

$$\frac{U_e}{2U_T} = \left(1 + \frac{IR}{2U_T}\right) \frac{U_a}{2IR_a} + \frac{1}{3} \left(\frac{U_a}{2IR_a}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{U_a}{2IR_a}\right)^5 + \dots \quad (9)$$

Wird nun durch die modifizierte Differenzverstärker-Grundschiung sinusförmiges Übertragungsverhalten erreicht, muß zwangsläufig die mit Gl. (9) angegebene Reihenentwicklung der der Arkussinusfunktion entsprechen. Für diese gilt nach [4]

$$\operatorname{arcsin} x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \quad (10)$$

Ausgehend von der Übereinstimmung der niederen Glieder beider Reihen [Gln. (9) und (10)], ergibt sich

$$1 + \frac{IR}{2U_T} \approx 2 \quad (11)$$

Bild 4: Zusammenhang zwischen Tangens hyperbolicus- und Sinusfunktion

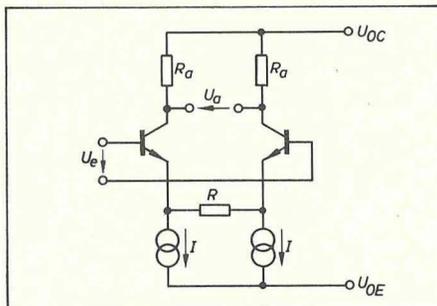
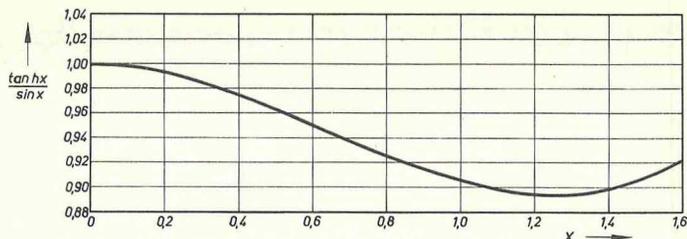


Bild 5: Modifizierte Differenzverstärker-Grundschiung als Sinusfunktionsnetzwerk

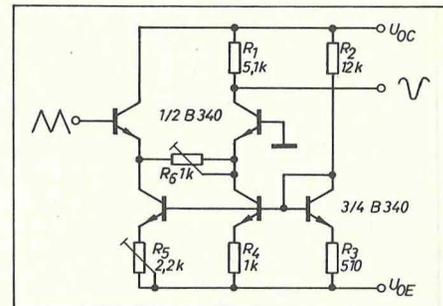
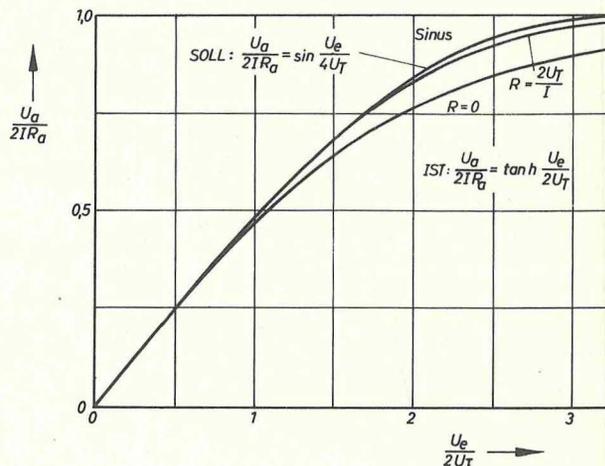


Bild 7: Erprobtes Sinusfunktionsnetzwerk

Bild 6: Transferkennlinie des Sinusfunktionsnetzwerkes



Für den Widerstand R erhält man mit Gl. (11)

$$R \approx \frac{2U_T}{I} \quad (12)$$

Mit der Widerstandsdimensionierung nach Gl. (12) werden voraussetzungsgemäß nur die Koeffizienten der Glieder erster und dritter Ordnung in Übereinstimmung gebracht, so daß bei größeren Aussteuerungen mit steigenden Fehlern gerechnet werden muß. Bild 6 zeigt diese Zusammenhänge im Vergleich zur Transferkennlinie des Differenzverstärkers. Durch geringfügige Abweichung von der mit Gl. (12) angegebenen Abgleichbedingung kann die erreichbare Kurvenform und damit der Klirrfaktor der erzeugten Sinusschwingung optimiert werden.

Ein erprobtes Schaltbeispiel ist im Bild 7 angegeben. Zur Ansteuerung wurde ein

Funktionsgenerator mit ausgezeichneter Linearität des Dreiecksignals verwendet. Über einen Frequenzbereich von 1 bis 100 000 Hz wurden Klirrfaktoren des Sinussignals dieser sehr einfachen Schaltung kleiner 10^{-6} gemessen.

Literatur

- [1] Kühne, H.: Spannungsgesteuerte Funktionsgeneratoren zur Erzeugung symmetrischer Dreieck- und Rechteckspannungen. radio fernsehen elektronik 29 (1980) H. 2, S. 90-93
- [2] Kühne, H.: Begrenzer für Sinussynthesatoren. radio fernsehen elektronik 28 (1979) H. 7, S. 430 bis 433
- [3] Kühnel, C.; Postel, U.: Der elektronische Synthesizer. radio fernsehen elektronik 28 (1979) H. 2, S. 119-125
- [4] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. Leipzig: B. G. Teubner Verlagsgesellsch. und Moskau: Verlag Nauka 1979